

Tinjauan Algoritma Genetika Pada Permasalahan Himpunan *Hitting* Minimal

Jusmawati Massalesse, Budi Nurwahyu[†]

Abstrak

Beberapa persoalan menarik dapat diformulasikan sebagai permasalahan himpunan hitting, khususnya yang berkaitan dengan penentuan himpunan hitting dengan kardinalitas terkecil. Permasalahan ini dikenal sebagai permasalahan himpunan hitting minimal. Di dalam tulisan ini, penentuan himpunan hitting minimal H dilakukan melalui pencarian dengan menggunakan algoritma genetika, yang merupakan salah satu algoritma evolusioner yang banyak digunakan dalam masalah optimisasi. Tinjauan mengenai permasalahan himpunan hitting minimal yang diuraikan di dalam tulisan ini adalah bagaimana mengkodekan parameter ke bentuk kromosom termasuk prosedur evolusi melalui operator-operator genetika yang digunakan.

Keywords: Algoritma Genetika, himpunan hitting minimal, operator genetika.

1. Pendahuluan

Berbagai permasalahan teoritis maupun praktis yang berbeda biasanya dapat diselesaikan dengan menggunakan metode pemecahan yang sama. Permasalahan-permasalahan seperti *set covering problem*, *model-based diagnosis*, dan masalah kursus-pengajar merupakan contoh kasus-kasus yang dapat dirumuskan sebagai sebuah permasalahan *himpunan hitting-minimal*. Dengan mengambil ilustrasi pada permasalahan kursus-pengajar, pencarian himpunan hitting minimal berkaitan dengan pencarian kombinasi pengajar dan kursus sedemikian sehingga setiap kursus diajarkan oleh paling sedikit satu pengajar dimana total jumlah pengajar dipilih seminimal mungkin.

Sebagai sebuah permasalahan optimasi, pencarian himpunan hitting minimal dapat dilakukan melalui berbagai metode penelusuran. Namun untuk ruang permasalahan yang melibatkan komponen cukup besar, seperti **vehicles**, **sistem komputer**, **aircraft**, **power plant** dan **sebagainya**, efisiensi waktu dan ketepatan hasil menjadi pertimbangan yang penting. Di dalam tulisan ini, akan ditinjau sebuah algoritma pencarian evolusioner yang dikenal dengan nama Algoritma Genetika dalam kaitannya dengan permasalahan himpunan hitting minimal. Algoritma Genetika banyak digunakan untuk menyelesaikan permasalahan disain dan optimasi karena prosedurnya yang sederhana dengan proses pencarian yang menjangkau keseluruhan ruang solusi. Proses pencarian solusi dilakukan pada himpunan kromosom yang disebut populasi dan dilakukan secara iteratif dengan strategi yang diinspirasi dari teori evolusi Darwin. Sifatnya yang probabilistik mampu menemukan penyelesaian pendekatan untuk permasalahan yang tidak dapat diselesaikan dengan metode pencarian konvensional. Sedangkan untuk permasalahan himpunan hitting minimal yang terdiri dari himpunan berukuran besar, Algoritma Genetika akan menemukan himpunan hitting minimal dalam waktu yang sangat singkat. Tulisan ini akan menguraikan mengenai sebuah representasi dan tinjauan mengenai permasalahan himpunan hitting minimal dalam Algoritma Genetika. Representasi ini tidak unik mengingat sistem pengkodean dan prosedur evolusi dapat dilakukan dengan berbagai cara.

[†] Staf Pengajar pada Jurusan Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin Makassar

2. Landasan Teori

2.1. Himpunan Hitting

Misalkan U adalah sebuah himpunan semesta. Himpunan hitting didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 1. Himpunan Hitting

Misalkan $C = \{U_i \mid i \in N\}$ adalah koleksi dari elemen-elemen pada U . Himpunan $H \subseteq U$ dikatakan *sebuah himpunan hitting* jika

$$H \cap U_i \neq \emptyset \quad \forall i.$$

Berdasarkan definisi tersebut, himpunan H dikatakan sebuah himpunan hitting jika memuat paling sedikit satu unsur di C . Kata “sebuah” pada kalimat di atas bermakna bahwa himpunan hitting dari C bisa terdiri lebih dari satu.

Definisi 2. Himpunan Hitting Minimal

Himpunan hitting H dikatakan *minimal* jika $H \setminus \{h\}$ bukan himpunan hitting $\forall h \in H$.

Misalkan $H(C)$ adalah koleksi dari semua himpunan hitting minimal dari C , maka permasalahan himpunan hitting minimal berkaitan dengan penentuan kardinalitas terkecil dari himpunan-himpunan pada koleksi $H(C)$.

Contoh 1. Masalah kursus-pengajar

Misalkan $C = \{U_1, U_2, U_3, U_4, U_5\}$ adalah koleksi dari himpunan-himpunan

$$U_1 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$U_2 = \{1, 2, 4\}$$

$$U_3 = \{1, 2\}$$

$$U_4 = \{2, 3\}$$

$$U_5 = \{4\}$$

dimana U_i menyatakan kursus ke- i dan 1, 2, 3, 4 adalah para pengajar. Pengajar 1, 2, 3, 4 dapat mengajar kursus U_1 , pengajar 1, 2, 4 dapat mengajar kursus U_2 , pengajar 1, 2 dapat mengajar kursus U_3 , pengajar 2, 3 dapat mengajar kursus U_4 , dan terakhir pengajar 4 dapat mengajar kursus U_5 . Permasalahannya adalah menemukan jumlah pengajar paling sedikit yang dapat mengajar ke lima kursus tersebut. Untuk kasus ini himpunan hitting minimalnya adalah:

$$H(C) = \{\{1, 3, 4\}, \{2, 4\}\}$$

Kardinalitas terkecil dari himpunan hitting minimal $H(C)$ adalah dua. Jadi dibutuhkan hanya dua pengajar, yaitu pengajar 2 dan 4 yang dapat mengajar ke 5 kursus tersebut di atas.

2.2. Algoritma Genetika

Algoritma Genetika merupakan sebuah algoritma pencarian untuk masalah optimasi, dimana nilai ekstrim dari fungsi tidak diuraikan secara analitik. Dalam menyelesaikan suatu permasalahan, Algoritma Genetika hanya menggunakan informasi dari fungsi obyektif, dengan titik awal tidak berupa sebuah titik, tetapi berupa populasi dari titik-titik. Algoritma Genetika bekerja melalui kode dari parameter, bukan melalui parameter itu sendiri. Kode dari parameter selanjutnya disebut kromosom atau individu. Sebuah kromosom diukur tingkat “kesehatannya” menggunakan nilai ukuran yang disebut nilai fitness. Nilai ini menunjukkan tingkat kemampuan kromosom untuk bertahan hidup dari generasi demi generasi. Kromosom dengan nilai fitness lebih besar memiliki peluang lebih besar untuk bertahan hidup dibandingkan dengan kromosom dengan nilai fitness lebih kecil. Nilai fitness ditentukan oleh

sebuah fungsi fitness yang dikonstruksi melalui fungsi obyektif berdasarkan permasalahannya. Fungsi fitness merupakan fungsi definit positif yang pada permasalahan maksimisasi berbanding lurus dengan fungsi obyektif, sedangkan pada masalah minimasi fungsi fitness berbanding terbalik dengan fungsi obyektif.

Penyelesaian dari suatu permasalahan diperoleh melalui iterasi yang dilakukan secara bersinergi antara operator-operator genetika yang meliputi: reproduksi, penyilangan dan mutasi. Bila diperlukan, masih dapat ditambahkan operator-operator lain. Reproduksi dilakukan untuk mempertahankan dan menggandakan kromosom yang memiliki nilai fitness besar. Hal ini dimaksudkan untuk mendapatkan rata-rata fitness yang meningkat dari generasi demi generasi. Proses reproduksi dapat dilakukan dengan bermacam-macam cara seperti Metode Roulette-Wheel, Pemilihan Turnamen dan sebagainya. Penyilangan bertujuan untuk menghasilkan kromosom atau individu baru yang masih menurunkan sifat-sifat dari induknya. Prosedur penyilangan dapat menggunakan berbagai cara seperti penyilangan satu titik (*one-cut point*), penyilangan dua titik (*two-cut point*), dan masih banyak lagi yang lain. Operator ke tiga yaitu mutasi, dilakukan untuk memunculkan kromosom baru melalui perubahan nilai gen dari sebuah kromosom pada lokus tertentu yang kemungkinannya tidak muncul pada proses reproduksi dan penyilangan. Hal ini dimaksudkan untuk menjangkau ruang solusi. Operator-operator tambahan kadang-kadang diperlukan jika operator yang ada belum cukup menjangkau ruang solusi secara keseluruhan.

Secara umum, langkah-langkah pencarian Algoritma Genetika secara terurut adalah:

1. Mengkode parameter.
Algoritma Genetika tidak bekerja pada parameter permasalahan tetapi melalui kode dari parameter tersebut.
2. Membangun populasi awal.
Populasi awal dibangun dengan cara mengambil secara acak sejumlah kromosom dari ruang solusi. Jumlah kromosom yang diambil menyatakan ukuran populasi. Ukuran populasi selalu tetap dari generasi ke generasi.
3. Mengukur nilai fitness setiap individu.
4. Melakukan proses evolusi melalui operator-operator genetika.

Populasi yang telah melalui proses evolusi pertama kali dianggap sebagai populasi generasi pertama. Proses akan berulang dari generasi ke generasi sampai kriteria berhenti yang telah ditetapkan terpenuhi. Kriteria berhenti bisa ditetapkan berdasarkan keragaman kromosom dalam populasi, bisa pula dilihat melalui kekonvergenan fungsi fitness. Solusi dari permasalahan berkaitan dengan kromosom yang mempunyai nilai fitness paling besar pada generasi terakhir. Kromosom ini di decode kembali ke dalam parameter permasalahan

3. Pembahasan

Tinjauan mengenai penentuan himpunan hitting minimal dilakukan melalui prosedur sebagai berikut.

1. Mengkode Parameter.

Dengan mengambil Contoh 1 sebagai ilustrasi, ambil $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Himpunan semesta U adalah himpunan kuasa dari X . Jadi $U = 2^X$. Setiap himpunan di dalam U , di dalam koleksi C dan hitting set dikodekan ke dalam vektor biner di R^4 , yaitu vektor yang setiap entrinya bernilai “1” atau “0”. Jadi kode untuk U_1, U_2, U_3, U_4, U_5 masing-masing adalah:

$$\begin{aligned} U_1 &= \{1, 1, 1, 1\} \\ U_2 &= \{1, 1, 0, 1\}, \\ U_3 &= \{1, 1, 0, 0\}, \\ U_4 &= \{0, 0, 1, 1\}, \end{aligned}$$

$$U_5 = \{0,0,0,1\}.$$

Jadi hitting set minimal memiliki kode: $H_1 = \{1, 0, 1, 1\}$, $H_2 = \{0, 1, 0, 1\}$.

2. Membangun Populasi Awal.

Populasi awal dibangun dengan cara memilih secara acak sebanyak n himpunan di U . Misalkan terpilih:

$$H_i = \{h_{i1}, h_{i2}, \dots, h_{in}\},$$

dimana

$$i = 1, 2, \dots, \text{ukuran populasi}$$

$$h_{i1} \in \{0, 1\} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

3. Menghitung Nilai Obyektif.

Misalkan $f(H)$ menyatakan fungsi obyektif. Karena permasalahan berkaitan dengan minimasi maka fungsi fitness $fit(H)$ dapat dikonstruksi sebagai berikut:

$$fit(H) = \frac{1}{f(H)}, \text{ asalkan } f(H) \neq 0 \quad \forall H$$

4. Proses Evolusi.

- Reproduksi atau Seleksi

Prosedur seleksi dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

Pilih n kromosom dari populasi yang memiliki nilai fitness tertinggi untuk menjadi kromosom dalam populasi baru pada generasi selanjutnya. Sisanya dapat dipilih secara acak dengan menggunakan Metode *Roulette-Wheel*. Pemilihan dengan metode ini merupakan pemilihan kromosom secara acak berdasarkan nilai fitness. Kromosom yang memiliki nilai fitness lebih tinggi mempunyai peluang lebih besar untuk terpilih ke generasi berikutnya.

- Penyilangan

Misalkan $H_1 = \{h_{11}, h_{12}, h_{13}, h_{14}\}$ dan $H_2 = \{h_{21}, h_{22}, h_{23}, h_{24}\}$ adalah 2 kromosom yang terpilih untuk disilangan. Proses penyilangan dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

Pilih bilangan acak $r \in \{1, 2, \dots, n-1\}$. Maka hasil penyilangan dari kedua kromosom tersebut adalah H_1^1 dan H_2^1 sedemikian sehingga:

$$H_1^1 = \{h_{11}, h_{12}, \dots, h_{1r}, h_{2(r+1)}, \dots, h_{2n}\}$$

$$H_2^1 = \{h_{21}, h_{22}, \dots, h_{2r}, h_{1(r+1)}, \dots, h_{1n}\}$$

- Mutasi

Misalkan $S_1 = \{s_{11}, s_{12}, \dots, s_{1n}\}$ adalah kromosom yang terpilih untuk termutasi. Pilih bilangan random $r \in \{1, 2, \dots, n-1\}$. Kromosom hasil mutasi adalah:

$$S_1^1 = (s_{11}^1, s_{12}^1, \dots, s_{1n}^1) \text{ dimana}$$

$$s_{1i}^1 = \begin{cases} s_{1i} & \text{jika } i = r, \\ 1 - s_{1i} & \text{jika } i \neq r, \end{cases}$$

- Inversi

Prosedur inversi dilakukan dengan cara sebagai berikut:

Misalkan $S_1 = \{s_{11}, s_{12}, \dots, s_{1r}, s_{1, r+1}, \dots, s_{1, r+l}, s_{1, r+l+1}, \dots, s_{1n}\}$ adalah kromosom yang akan mengalami inverse. Pilih bilangan random r dan l , maka kromosom baru menjadi:

$$S_2 = \{s_{11}, s_{12}, \dots, s_{1r}, s_{1, r+l}, \dots, s_{1, r+1}, s_{1, r+l+1}, \dots, s_{1n}\}$$

4. Penutup

Sebagai sebuah tinjauan, proses evolusi pada pencarian himpunan hitting minimal melalui Algoritma Genetika yang dikemukakan di dalam tulisan hanyalah merupakan salah satu dari sekian banyak prosedur yang dapat dilakukan. Faktor yang menjadi acuan dan pertimbangan di dalam menentukan dan mendefinisikan operator-operator genetika untuk

evolusi umumnya berkaitan dengan tercapainya kekonvergenan dengan waktu iterasi yang sesingkat mungkin.

Referensi

- [1] Gen, M., dan Cheng, R., 1997, “*Genetic Algorithms and Engineering Design*”. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [2] Goldberg, D., 1989, “*Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*”. Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- [3] Li, L., dan Yunfei, J., 2002, “Computing minimal hitting sets with Genetic algorithms”, <http://research.usenet.at/user/dx2002/proceedings/> [19 April 2006]